UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS GEOLÓGICAS

MECÁNICA DE ROCAS

TEMA VI

TENSIONES EN ROCA

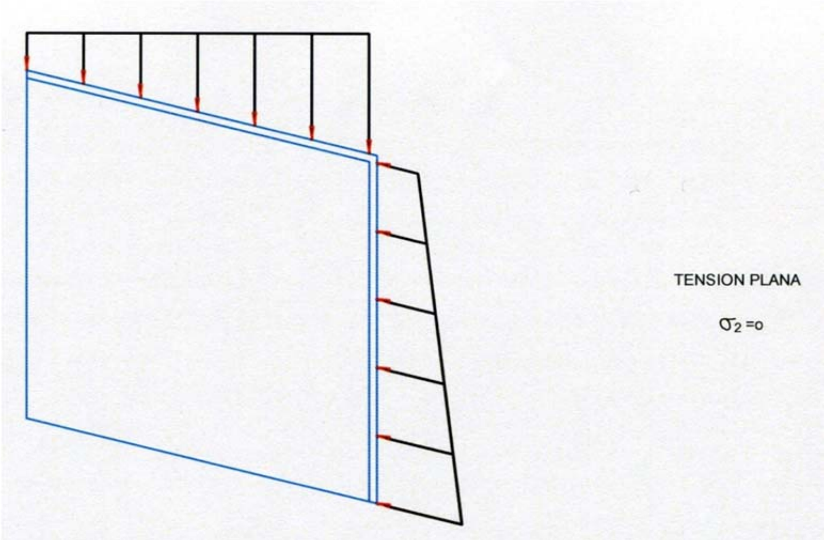
(BIDIMENSIONALES)

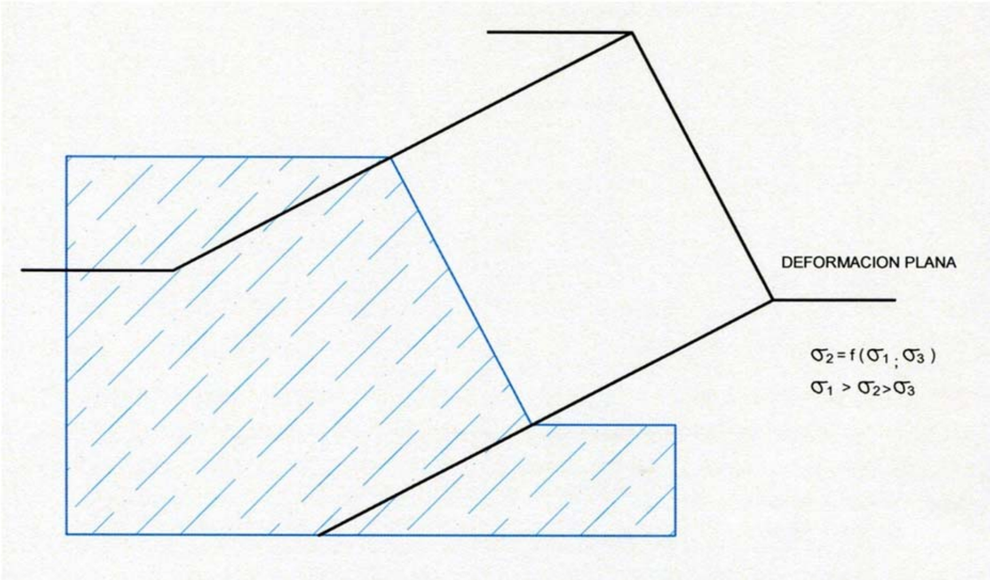
Francisco J. Castanedo Navarro

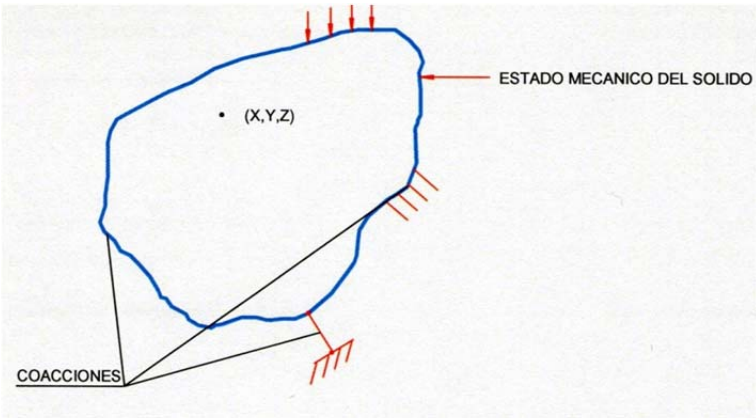
Ingeniero de Caminos

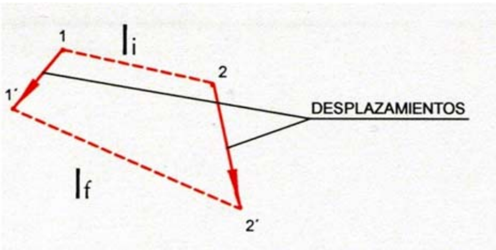
UCM

TENSIONES EN PLANOS







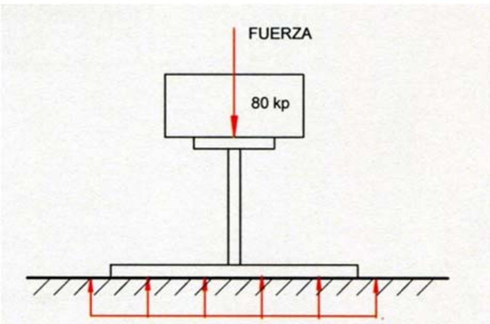


$$Deformación \ \in = lim \frac{lf - li}{li}$$

(Escalar)

$Si \ punto \ 2 \rightarrow 1 \ \rightarrow li \rightarrow 0$

$$\overrightarrow{\in_{ij}} = \frac{\partial \vec{d}_i}{\partial xj} \quad ¡VECTORIAL¡$$

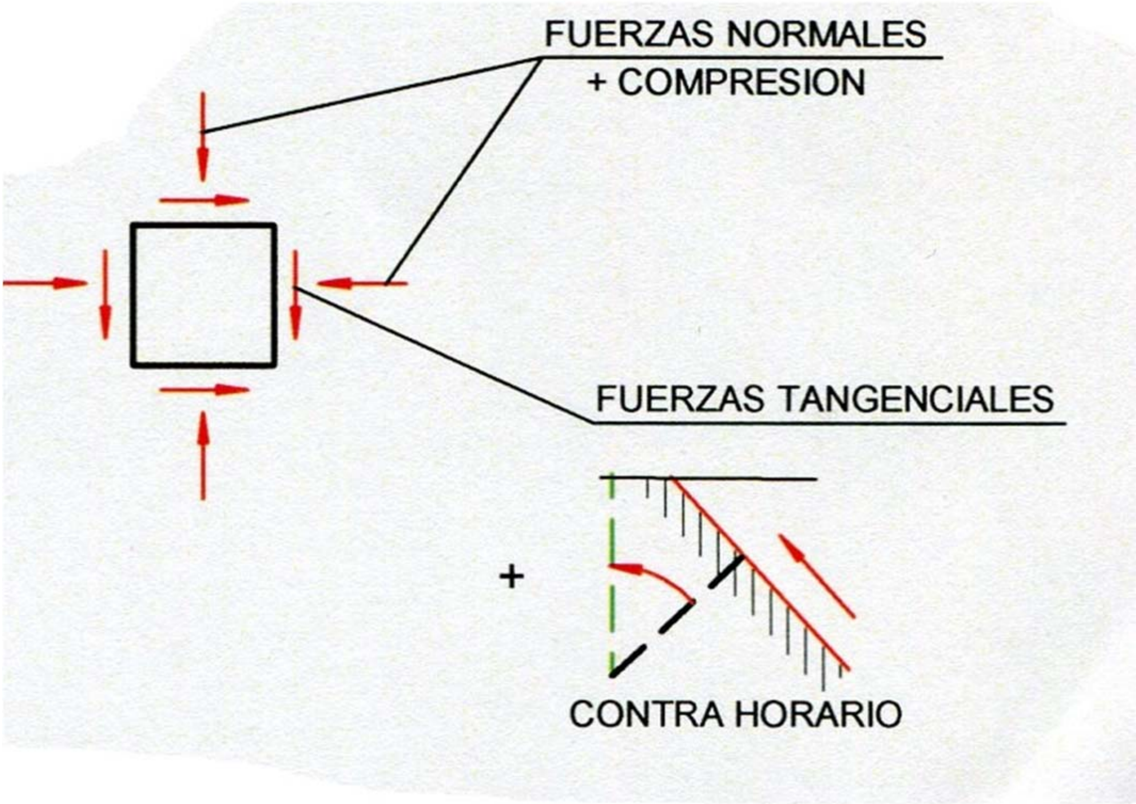


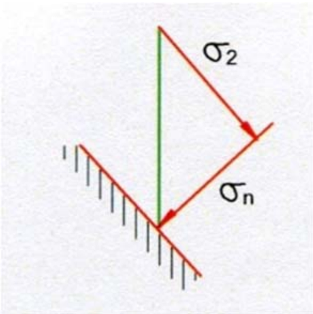
TENSIÓN = FUERZA / ÁREA

$$\vec{\sigma} = \lim \frac{\vec{F}}{A} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$

$$\vec{F} = \ Vector \quad A = Escalar \ \Rightarrow \ \vec{\sigma} = Vectorial$$

CRITERIO DE SIGNOS



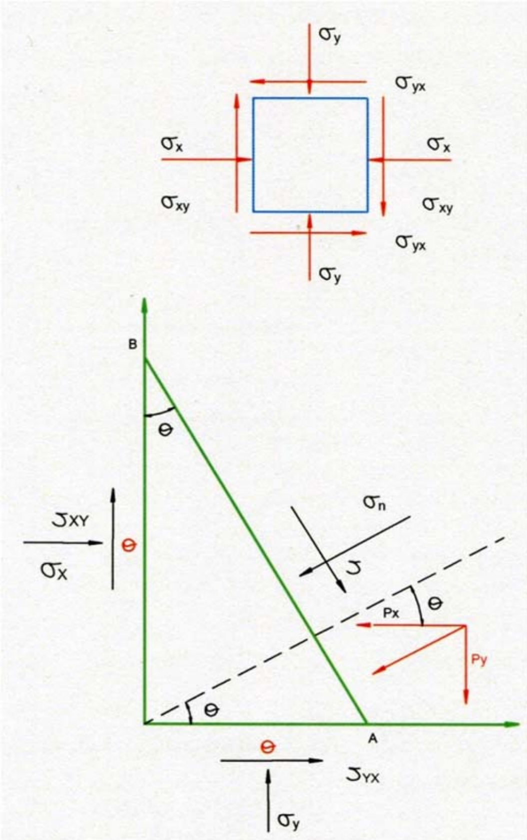


σ_n= Tensión normal

σ= Tensión total

τ= Tensión tangencial

<u>EL ESTADO DE TENSIONES EN UN PUNTO QUEDA DEFINIDO POR LOS VALORES EN DOS PLANOS PERPENDICULARES</u>



Equilibrio momentos $\tau_{yx}=\tau_{xy}$

τ (x)(y)

Eje al que es paralelo

Plano "x" =Cte. En que se contiene

Estableciendo equilibrio

P_x x AB = σ_x x OB + τ_{yx} x OA

OB=AB x cosθ

OA=AB x sinθ

$P_x=\sigma_x$ x cosθ + τ_{yx} x senθ

$P_y=\sigma_y$ x cosθ + τ_{yx} x senθ

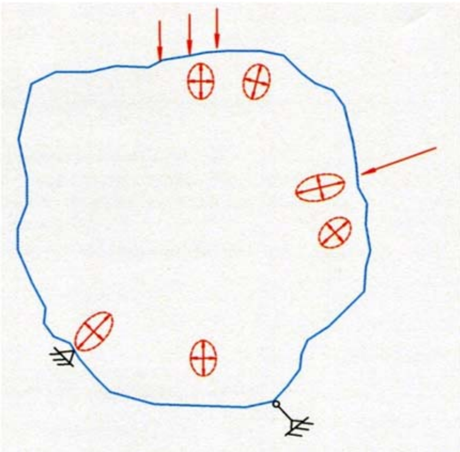
Si $\tau_{xy} = \tau_{yx}= 0$

$\sigma_x=\sigma_1$ $P_x=\sigma_1$ x cos θ

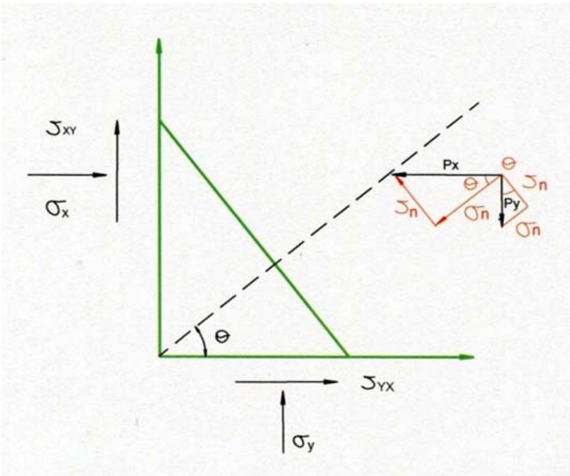
$\sigma_y=\sigma_3$ $P_y=\sigma_3$ x sin θ

$$\frac{P_x^2}{\sigma_1^2} + \frac{P_y^2}{\sigma_3^2} = 1 \Rightarrow Elipse\ de\ tensiones$$

Las tensiones en el plano $\rightarrow$ Elipses de tensiones



CIRCULO DE MOHR. ISOSTÁTICAS



$\sigma_n = P_x \text{ x } \cos\theta + P_y \text{ x } \text{sen } \theta$

$\tau = - P_x \text{ x } \sin\theta + P_y \cos\theta$

$\sigma_n = \sigma_x \text{ x } \cos^2\theta + 2\tau_{xy} \text{ x } \sin\theta \text{ x } \cos\theta$
$+ \sigma_y \sin^2\theta$

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + cos2\theta \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) + \tau_{xy}\, sen2\theta$$

$$\tau = (\sigma_y - \sigma_x) sen\,\theta\, cos\theta + \tau_{xy}(cos^2\theta - sen^2\theta)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x) sen^2\theta + \tau_{xy} cos^2\theta = cos^2\theta\left[(\sigma_y - \sigma_x)\frac{1}{2} x\, tg^2\theta + \tau_{xy}\right]$$

Sí hacemos $\tau = 0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}\left(\sigma_y - \sigma_x\right)tg^2\theta + \tau_{xy}$

⇓

Ecuación isostáticas

CIRCULO DE MOHR

Si hacemos $\sigma_y=\sigma_3$ $\sigma_x=\sigma_1$ $\tau_{xy}=0$

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)cos^2\theta$$

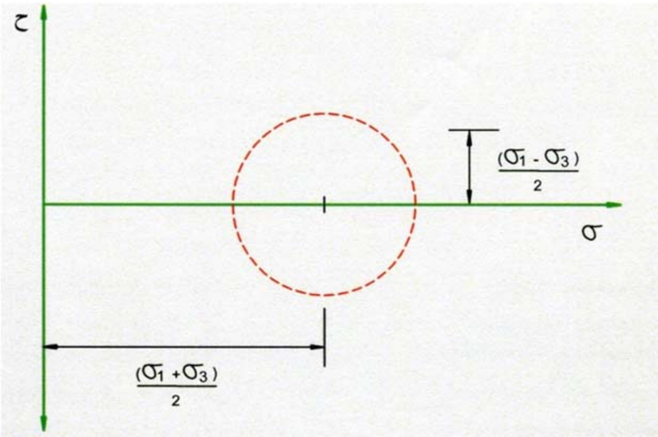
$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)sen^2\theta$$

⇓

Circulo *Centro*: $\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3), 0$

Centro: $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$

} *circulo de Mohr*



Circulo de Mohr → Sistema gráfico de obtención de tensiones en cualquier dirección de caso plano.

⇓

Independiente criterio de rotura

ISOSTÁTICAS

Se tenía $$\tau = cos^2\theta \; x \left[\frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x) x \; tg^2\theta + \tau_{xy}\right]$$

Haciendo $$\tau = 0 \Rightarrow tg^2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x}$$

$$tg^2\theta = \frac{2tg\theta}{1 - tg^2\theta} = \frac{2\frac{dy}{dx}}{1 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x}$$

$$\left[\frac{dy}{dx}\right]_1^2 = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \pm_1^2 \sqrt{1 + \frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{(2\tau_{xy})^2}}$$

ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LAS ISOSTÁTICAS

$$\left[\frac{dy}{dx}\right]^1 x \left[\frac{dy}{dx}\right]^2 = -1 \Rightarrow PERPENDICULARES$$